



KEMENTERIAN PENDIDIKAN MALAYSIA

Jabatan Pendidikan Negeri Melaka

#jpnmelakajenamakerajaan01

PROJEK KM²

@ KEMENJADIAN MURID MELAKA

**MODUL DLP
KSSM**

**MATEMATIK
TAMBAHAN**
TINGKATAN 4

2021

FASA 2

NAMA MURID :

NAMA KELAS :

NAMA GURU :



“PENDIDIKAN BERKUALITI, INSAN TERDIDIK, NEGARA SEJAHTERA”



KEMENTERIAN PENDIDIKAN MALAYSIA
Jabatan Pendidikan Negeri Melaka
#jpnmelakajenamakerajaanno1

**SENARAI NAMA AHLI PANEL PEMBINA MODUL KSSM @ KM²
MATA PELAJARAN MATEMATIK TAMBAHAN KSSM TINGKATAN 4**

NAMA GURU PANEL	NAMA SEKOLAH
WAN MALINA BINTI ABDULLAH (Guru Sumber)	SMK GAJAH BERANG
SITI SARAH BINTI OTHMAN (Guru Sumber)	SBP INTEGRASI SELANDAR
FOO YEE CHOW	SMK CANOSSA CONVENT
WILLIAM TAN WEI LONG	SMK SIMPANG BEKOH
ANISAH BINTI ISMAIL	SMK SERI TANJUNG
BALQIS BINTI MUSTAFFA	SMK SERI TANJUNG
CHOCK TOK HENG	SMK DATUK BENDAHARA
MOHD ZAHARI BIN ARIFFIN	SMK TELOK MAS
CHENG BOON HAU	SMK TINGGI ST DAVID
TEH ENG AUN	SMK PEREMPUAN METHODIST
NOOR SUHADA BINTI MOHD ASRI	SMK ST FRANCIS
LEE HONG CHIN	SM SAINS MUZAFFAR SYAH
SAIFUL AZIZI BIN AHYAK	SMK KEM TERENDAK
AZAAED BIN AHMAD RADIN	SBP INTEGRASI SELANDAR

EDISI PERTAMA 2021

CETAKAN JABATAN PENDIDIKAN MELAKA

“PENDIDIKAN BERKUALITI, INSAN TERDIDIK, NEGARA SEJAHTERA”

Bab 2 – Persamaan Dan Fungsi Kuadratik

Chapter 2 - Quadratic Equations and Quadratic Functions

2.1 Persamaan dan Ketaksamaan Kuadratik

Quadratic Equations and Quadratic Inequalities

2.1.1 Menyelesaikan persamaan kuadratik menggunakan kaedah penyempurnaan kuasa dua dan rumus

Solving quadratic equations using Completing the Square method and Formula.

2.1.1 Kaedah Penyelesaian Persamaan Kuadratik $ax^2 + bx + c = 0$

Methods in solving Quadratic Equations $ax^2 + bx + c = 0$

A. Kaedah penyempurnaan kuasa dua

Completing the square method.

(1) Kes-kes yang mudah : Apabila $a = 1$

Simple cases : When $a = 1$

CTH Selesaikan $x^2 + 4x - 5 = 0$ dengan menggunakan kaedah 'Penyempurnaan Kuasa Dua'.

Solve $x^2 + 4x - 5 = 0$ by using Completing the square method.

Latihan / Exercise

Selesaikan persamaan kuadratik berikut dengan menggunakan kaedah 'Penyempurnaan Kuasa Dua'. Berikan jawapan anda betulkan kepada 3 titik perpuluhan.

Solve the following quadratic equations by using completing the square methods

1. $x^2 + 4x + 3 = 0$

2. $x^2 - 8x + 5 = 0$

(2) Kes-kes lebih mencabar - [a = 1, tetapi melibatkan pecahan semasa penyempurnaan kuasa dua]

More challenge cases -[a = 1, but involving fractions in completing the square]

CTH. Selesaikan $x^2 - 3x - 2 = 0$ dengan menggunakan kaedah 'Penyempurnaan Kuasa Dua'. Berikan jawapan anda betulkan kepada 4 angka bererti.

Solve $x^2 - 3x - 2 = 0$ by using Completing the square method. Give answer in 4 significant figures

Latihan / Exercise

Selesaikan persamaan kuadratik berikut dengan menggunakan kaedah 'Penyempurnaan Kuasa Dua'. Berikan jawapan anda betulkan kepada 4 angka bererti.

Solve the following quadratic equation by using Completing the squares. Give your answer in 4 significant figures.

1. $x^2 + 5x - 4 = 0$

2. $x^2 + 7x + 1 = 0$

(3) Kes-kes lebih sukar - [jika $a \neq 1$, perlu bahagi kedua-dua belah dengan a dahulu sebelum melakukan proses penyempurnaan kuasa dua]

for much harder cases - [if $a \neq 1$, first we need to divide both sides with a before we do completing the squares]

CTH: Selesaikan $2x^2 - 8x + 7 = 0$ dengan menggunakan kaedah 'Penyempurnaan Kuasa Dua'. Berikan jawapan anda betulkan kepada 3 titik perpuluhan.

Solve $2x^2 - 8x + 7 = 0$ by using Completing the squares method. Give your answer in 3 decimal places.

Latihan / Exercise

Selesaikan persamaan kuadratik berikut dengan menggunakan kaedah 'Penyempurnaan Kuasa Dua'. Berikan jawapan anda betulkan kepada 3 titik perpuluhan.

Solve the following quadratic equations by using Completing the squares. Give your answer in 3 decimal places.

1. $-x^2 - 4x + 1 = 0$

2. $-2x^2 + 10x + 9 = 0$

Kaedah Penyelesaian Persamaan Kuadratik $ax^2 + bx + c = 0$

Kaedah B. Menggunakan Rumus

Solving the quadratic equation using formula :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Contoh/example	Latihan/ Exercise
Selesaikan $2x^2 - 8x + 7 = 0$ dengan mengguna formula. Betulkan jawapan anda kepada 4 angka bererti. <i>Solve $2x^2 - 8x + 7 = 0$ by using formula. Give your answer to 4 significant.</i>	L1. Selesaikan $2x^2 - 12x + 5 = 0$ dengan mengguna formula. Betulkan jawapan anda kepada 4 angka bererti. <i>Solve $2x^2 - 12x + 5 = 0$ by using formula. Give your answer to 4 significant.</i>

(Ans : 2.707 atau 1.293)	(Ans : 5.550, 0.4505)
L2. Selesaikan $2x(2 - 3x) = -5$ dengan menggunakan formula. Betulkan jawapan anda kepada 2 titik perpuluhan. <i>Solve $2x(2 - 3x) = -5$ by using formula. Give your answer to 2 significant.</i>	L3. Selesaikan $3 - x^2 = -3(4x - 3)$ dengan menggunakan formula. Betulkan jawapan anda kepada 2 titik perpuluhan. <i>Solve $3 - x^2 = -3(4x - 3)$ by using formula. Give your answer to 2 significant.</i>
(Ans : 1.31 , -0.64)	(Ans: 0.52 , 11.48)
L4. Selesaikan $x(2x - 1) = 2$ dengan menggunakan formula. Betulkan jawapan anda kepada 2 titik perpuluhan. <i>Solve $x(2x - 1) = 2$ by using formula. Give your answer to 2 decimal places.</i>	L5. Selesaikan $2x(x - 4) = (1 - x)(x + 2)$. dengan menggunakan formula. Betulkan jawapan anda kepada 4 angka bererti. <i>Solve $2x(x - 4) = (1 - x)(x + 2)$ by using formula. Give your answer to 4 significant figures.</i> (SPM 2003)
(Ans : 1.28, -0.78)	(Ans : 2.591 , - 0.2573)

Latih Diri 2.1 [MS38]

2.1.2 Membentuk Persamaan Kuadratik Jika Diberi Punca-puncanya

2.1.2 Forming quadratic Equations when roots are given

Nota Penting

Jika α dan β adalah punca-punca bagi persamaan kuadratik, $ax^2 + bx + c = 0$ maka

If α and β are the roots for the quadratic equation $ax^2 + bx + c = 0$, therefore

$$1. x = \alpha, x = \beta$$

Maka / therefore

$$x - \alpha = 0 \text{ @ } x - \beta = 0,$$

$$(x - \alpha)(x - \beta) = 0$$

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

$$x^2 - \left(\begin{smallmatrix} \text{hasil tambah} \\ \text{punca} \end{smallmatrix}\right)x + \left(\begin{smallmatrix} \text{hasil darab} \\ \text{punca} \end{smallmatrix}\right) = 0$$

$$x^2 - \left(\begin{smallmatrix} \text{sum of} \\ \text{roots} \end{smallmatrix}\right)x + \left(\begin{smallmatrix} \text{product of} \\ \text{roots} \end{smallmatrix}\right) = 0$$

$$\text{Hasil tambah punca} = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$\text{Hasil darab punca} = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$\text{Sum of roots} = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$\text{Product of roots} = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

CTH. 1 Bentukkan persamaan kuadratik daripada punca-punca 2 dan -4.

Form a quadratic equation from the roots 2 and -4

L1. Bentukkan persamaan kuadratik daripada pasangan punca -3 dan 5.

Form a quadratic equation from the roots -3 and 5

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

L2. Bentukkan persamaan kuadratik daripada punca-punca 0 dan -3.

Form a quadratic equation from the roots 0 and -3

$$x^2 + 3x = 0$$

L3. Bentukkan persamaan kuadratik daripada pasangan punca $-\frac{1}{2}$ dan 6.

Form a quadratic equation from the roots $-\frac{1}{2}$ and 6

$$2x^2 - 11x - 6 = 0$$

CTH. 2 Diberi punca-punca bagi persamaan kuadratik $2x^2 + (p+1)x + q - 2 = 0$ ialah -3 dan $\frac{1}{2}$. Cari nilai bagi p dan q. <i>Given the roots of the quadratic equation</i> $2x^2 + (p+1)x + q - 2 = 0$ are -3 and $\frac{1}{2}$. Find the value of p and q $x = -3, \quad x = \frac{1}{2}$ $x + 3 = 0$ or $2x - 1 = 0$ $(x + 3)(2x - 1) = 0$ $2x^2 + 5x - 3 = 0$ Comparing with the original equation : $p + 1 = 5, \quad q - 2 = -3$ $p = 4, \quad q = -1$	L4. Diberi punca-punca bagi persamaan kuadratik $3x^2 + kx + p - 2 = 0$ ialah 4 dan $-\frac{2}{3}$. Cari nilai k dan p. <i>Given the roots of the quadratic equation</i> $3x^2 + kx + p - 2 = 0$ are 4 and $-\frac{2}{3}$. Find the value of k and p. $k = -10, p = -6$
L5. Diberi punca-punca bagi persamaan kuadratik $x^2 + (h - 2)x + 2k = 0$ ialah 4 dan -2. Cari nilai h dan k. <i>Given the roots of the quadratic equation</i> $3x^2 + kx + p - 2 = 0$ are 4 and $-\frac{2}{3}$. Find the value of h and k. $h = 0, k = -4$	L6. Diberi punca-punca bagi persamaan kuadratik $2x^2 + (3 - k)x + 8p = 0$ ialah p dan $2p, p \neq 0$. Cari nilai k dan p. <i>Given the roots of the quadratic equation</i> $2x^2 + (3 - k)x + 8p = 0$ are p dan $2p, p \neq 0$. Find the value of k and p. $p = 2, k = 15$

2. Diberi α dan β ialah punca-punca bagi persamaan kuadratik berikut. Bentuk persamaan kuadratik baru dengan menggunakan punca-punca baru yang diberikan.

Given α dan β are the roots of the following quadratic equation. Form a new quadratic equation by using given new roots.

Persamaan kuadratik (asal) <i>Quadratic Equation (original)</i>	Punca-punca baru L2-Hasil tambah punca baru Hasil darab punca baru Ungkapkan dalam sebutan $(\alpha + \beta)$ dan $(\alpha\beta)$ L2 - New Sum of roots New product of root: express in the term of $(\alpha + \beta)$ and $(\alpha\beta)$	Persamaan kuadratik baru <i>New Quadratic equation</i>
L1- Hasil tambah punca (HTP) = $\alpha + \beta$ Hasil darab punca (HDP) = $\alpha\beta$ L1 - Sum of roots (SOR) = $\alpha + \beta$ Product of roots = $\alpha\beta$		$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$
$x^2 + 6x + 2 = 0$	$[2\alpha, 2\beta]$	

$2x^2 + 7x - 4 = 0$	$[3\alpha, 3\beta]$	
$3x^2 - 6x - 2 = 0$	$[\frac{\alpha}{2}, \frac{\beta}{2}]$	
$4x^2 - 6x + 3 = 0$	$[\frac{2}{\alpha}, \frac{2}{\beta}]$	

Latihan Pengayaan

1. Cari nilai-nilai bagi p dan q bagi persamaan kuadratik berikut dengan punca-punca yang diberikan dalam kurungan.

Find the value of p and q for the following quadratic equations with given roots in the bracket.

(a) $2x^2 + px + q = 0 ; [2, -3]$	(b) $2x^2 - px + q = 0 ; [\frac{1}{2}, -3]$
-----------------------------------	---

(c) $3x^2 - (p + 2)x + q - 1 = 0; \left[\frac{1}{3}, -4\right]$	(d) $2x^2 - 7 = (1 - q)x = 0; [2q, -7]$
---	---

2. Cari nilai (nilai-nilai) bagi k bagi setiap persamaan kuadrat yang memuaskan syarat-syarat tertentu.

Find the value/ values of k for every quadratic equations that satisfies certain rules.

(a) Satu daripada punca bagi persamaan kuadrat $2x^2 + kx + 16 = 0$ adalah dua kali ganda punca yang lain. <i>One of the root of the quadratic equation $2x^2 + kx + 16 = 0$ is twice than the other.</i>	(b) Satu daripada punca persamaan kuadrat $x^2 = kx - 12$ adalah tiga kali ganda punca yang lain. <i>One of the root of the quadratic equation $x^2 = kx - 12$ is three times than the other.</i>
(c) Punca-punca bagi persamaan $2x^2 + mx + n = 0$ adalah a dan $2a$. Tunjukkan bahawa $m^2 = 9n$. <i>The roots of the equation $2x^2 + mx + n = 0$ are a and $2a$. Show that $m^2 = 9n$.</i>	(d) Satu daripada punca persamaan kuadrat $2x^2 + 5x = k - 3$ adalah setengah daripada punca yang lain. <i>One of the root of the quadratic equation $2x^2 + 5x = k - 3$ is half of the other.</i>

2.1.3 Penyelesaian Ketaksamaan Kuadratik [Back to Basic]

Solution of Quadratic Inequalities

Langkah 1 : Pastikan ketaksamaan telah disusun ke dalam bentuk $f(x) < 0$ or $f(x) > 0$ (Sebelah kanan mesti 0)
 Step 1 : Make sure that the inequalities has been arranged in the form of $f(x) < 0$ or $f(x) > 0$ (right hand side must be 0)

Contoh

$$-x^2 + 3x + 4 > 0 \quad \text{ditukarkan menjadi}$$

$$x^2 - 3x - 4 < 0 \quad \text{changed into}$$

$$(x+1)(x-4) < 0$$

Contoh 2

$$x(2x - 1) < 6$$

$$2x^2 - x < 6$$

$$2x^2 - x - 6 < 0$$

Langkah 2 : Faktorkan $f(x)$. [Untuk kes-kes di mana $f(x)$ yang boleh difaktorkan]

Tips : Adalah lebih senang jika $f(x)$ ditukarkan menjadi positif.

Step 2 : Factorise $f(x)$. [for case which $f(x)$ that can be factorised]

Tips : it is easier if we change $f(x)$ into positive

Contoh 1

$$x^2 - 4x > 5 \quad \text{Tukar kepada}$$

$$x^2 - 4x - 5 > 0 \quad \text{changed into}$$

Seterusnya / next

Langkah 3 : Lakarkan graf $y = f(x)$ dan lorekkan rantau yang memuaskan ketaksamaan.

Step 3 : Sketch the graph of $y = f(x)$ and shade the area that satisfies the inequalities.

Langkah 4 : Nyatakan julat bagi x berdasarkan graf.

Step 4 : State the range of x based on the graph

CTH 1. Selesaikan/ Solve $x^2 - 4x < -3$

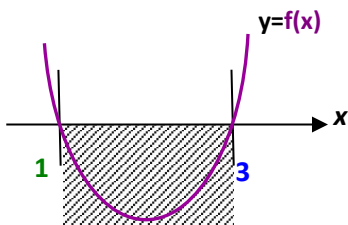
$$x^2 - 4x + 3 < 0 \quad \text{[Dalam bentuk } f(x) < 0 \text{]}$$

$$\text{[in the form of } f(x) < 0 \text{]}$$

$$(x - 1)(x - 3) < 0 \quad \text{[faktorkan/ factorised]}$$

Pertimbangkan/ consider $f(x) = (x - 1)(x - 3)$

$$f(x) = 0, \quad x = 1 \text{ atau } x = 3$$



Daripada graf di atas, julat x yang memuaskan ketaksamaan $f(x) < 0$ ialah $1 < x < 3$.

from the graph above, range of x that satisfies inequalities $f(x) < 0$ is $1 < x < 3$.

L1. Selesaikan / Solve $x^2 - 5x + 6 < 0$

$$2 < x < 3$$

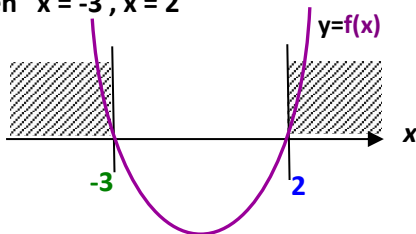
L2. Selesaikan /Solve $x(x+4) < 12$

L3. Cari julat nilai x yang memuaskan
Find the range of x that satisfy
 $x^2 + 2x < 0$.

$$-2 < x < 0$$

CTH. 2 Selesaikan/solve
 $x^2 + x - 6 \geq 0$
 $x^2 + x - 6 \geq 0$
 $(x+3)(x-2) \geq 0$

Pertimbangkan/consider $f(x) = 0$.
Then $x = -3, x = 2$



Julat nilai x : $x \leq -3$ atau $x \geq 2$

L4. Selesaikan/ Solve $x^2 + 3x - 10 \geq 0$.

$$x \leq -5, x \geq 2$$

L5. Cari julat nilai x bagi ketaksamaan
Find the range of x for the inequality of
 $2x^2 + x > 6$.

L6. Cari julat nilai x bagi ketaksamaan
Find the range of X of the inequality
 $x(4-x) \geq 0$.

$$x < -2, x > 3/2$$

$$0 \leq x \leq 4$$

2.2 Jenis Punca Persamaan Kuadratik (P.K.)

Types of the Roots of Quadratic Equations.

2.2.1 Jenis-jenis punca persamaan kuadratik dan nilai pembeza $b^2 - 4ac$

Types of the Roots of Quadratic Equations and the value of discriminant $b^2 - 4ac$

KES/CASE 1	$b^2 - 4ac > 0$ P.K. yang mempunyai dua punca nyata yang berbeza Q.E. which has two different real roots (Graf $y = f(x)$ memotong paksi-x pada DUA titik nyata.) (Graph $y = f(x)$ that intersects x- axis at TWO real point)
KES 2	$b^2 - 4ac = 0$ P.K. yang mempunyai dua punca nyata yang sama. Q.E. which has an equal real roots (Graf $y = f(x)$ menyentuh paksi-x pada SATU titik nyata) (Graph $y = f(x)$ touches at ONE real point)
KES 3	$b^2 - 4ac < 0$ P.K. tidak mempunyai punca nyata. Q.E. has no real roots. (Graf $y = f(x)$ tidak menyentuh paksi-x.) (Graph $y = f(x)$ does not touches x-axis)

1. Cari nilai bagi $b^2 - 4ac$ untuk setiap persamaan kuadratik berikut. Seterusnya, tentukan jenis punca persamaan kuadratik itu.

Find the value of $b^2 - 4ac$ for each following quadratic equations. Then, determine the types of roots for quadratic equations.

(a) $5x^2 - 2x - 4 = 0$	(b) $x^2 + 6x - 2 = 0$
(c) $5x^2 - 2x - 4 = 0$	(d) $2x^2 = 4x - 5$

(e) $x^2 + 18x + 81 = 0$	(f) $4x(1 - x) = 1$
--------------------------	---------------------

2. Persamaan Kuadrat yang berikut mempunyai **dua punca nyata yang sama**. Cari nilai (nilai-nilai) bagi p .
 The following Quadratic Equation has **two equal real roots**. Find the value (values) for p .

(a) $x^2 + px + 25 = 0$	(b) $9x^2 - 2p(x - 1) = 5$	(c) $(p + 2)x^2 - 6px + 9 = 0$
-------------------------	----------------------------	--------------------------------

3. Persamaan Kuadrat yang berikut mempunyai **dua punca nyata yang berbeza**. Cari julat nilai bagi p .
 The following Quadratic Equation has **two different real roots**. Find the value for p .

(a) $x^2 + 6x - p + 3 = 0$	(b) $(p - 3)x^2 = 2 - 5x$	(c) $x^2 - 4 = 2x + p - 1$
----------------------------	---------------------------	----------------------------

--	--	--

4. Persamaan Kuadrat yang berikut **tidak mempunyai punca**. Cari julat nilai bagi h .

The following Quadratic Equation **has no roots**. Find the value (values) for h .

(a) $2x^2 - 6x - 3 - h = 0$	(b) $(4 + h)x^2 - 6x - 3 = 0$	(c) $hx^2(x - 2) = 2 - h - 6x$
-----------------------------	-------------------------------	--------------------------------

Latih Diri 2.5

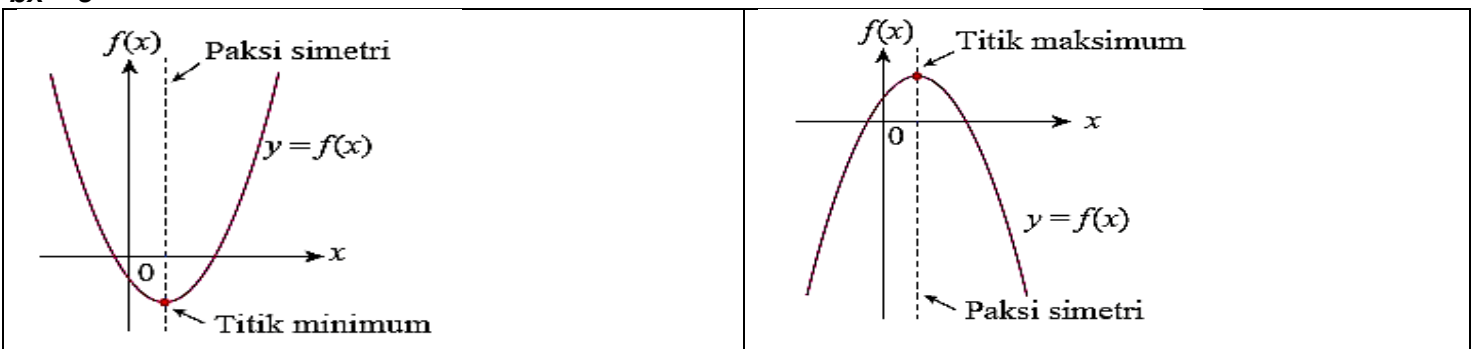
Latihan Intensif 2.2 [MS 48]

2.3 Fungsi Kuadrat

Quadratic Function

Menganalisis kesan perubahan a , b dan c terhadap bentuk dan kedudukan graf $f(x) = ax^2 + bx + c$

Analysing the effect changes of a , b and c towards the shape and the position of the graph $f(x) = ax^2 + bx + c$

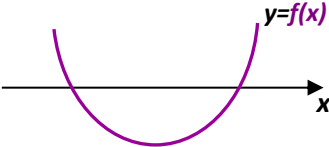
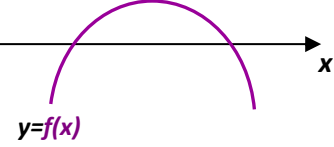
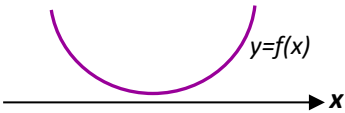
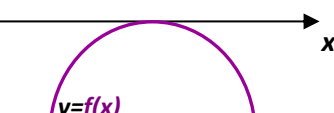


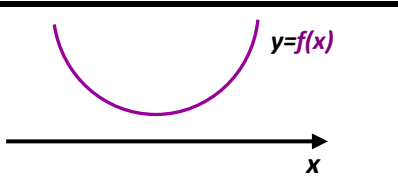
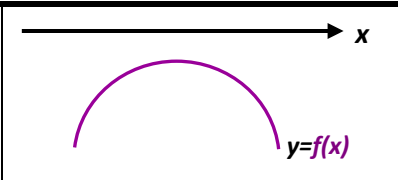
Hanya nilai a berubah <i>Only the value of a changes</i>	Hanya nilai b berubah <i>Only the value of b changes</i>	Hanya nilai c berubah <i>only the value of c changes</i>
- Perubahan nilai a memberi kesan kepada bentuk dan kelebaran graf namun pintasan-y tetap sama <i>Change in value of a affects the shape and width of the graph, however the y-intercept remains unchanged</i> - Apabila $a > 0$, graf berbentuk yang melalui titik minimum dan apabila $a < 0$, graf berbentuk yang melalui titik maksimum. <i>When $a > 0$, the shape of the graph is U which passes through the minimum point and when $a < 0$, the shape of the graph is upside down U which passes through the maximum point.</i> - Untuk graf $a > 0$, misalnya $a = 1$, apabila nilai a semakin besar daripada 1, kelebaran graf semakin berkurang. Sebaliknya apabila nilai a semakin kecil daripada 1 menghampiri 0, kelebaran graf semakin bertambah. <i>For the graph $a > 0$, for example $a = 1$, when the value of a is larger than 1, the width of the graph decreases. Conversely, when the value of a is smaller than 1 and approaches 0, the width of the graph increases.</i> - Untuk graf $a < 0$, misalnya $a = -1$, apabila nilai a semakin kecil daripada -1, kelebaran graf semakin berkurang. Sebaliknya apabila nilai a semakin besar daripada -1 menghampiri 0, kelebaran graf semakin bertambah. <i>For the graph $a < 0$, for example $a = -1$, when the value of a is smaller than -1, the width of the graph decreases. Conversely, when the value of a increases from -1 and approaches 0, the width of the graph increases.</i>	- Perubahan nilai b hanya memberi kesan kepada kedudukan verteks terhadap paksi-y namun bentuk graf dan pintasan-y tidak berubah. <i>Change in value b only affects the position of vertex with respect to the y axis, however the shape of the graph and the y-intercept are unchanged.</i> - Apabila $b = 0$, verteks berada pada paksi-y. <i>When $b = 0$, the vertex is on the y-axis</i> - Untuk graf $a > 0$, apabila $b > 0$, verteks berada di sebelah kiri paksi-y dan apabila $b < 0$, verteks berada di sebelah kanan paksi-y. <i>For the graph $a > 0$, when $b > 0$, the vertex is on the left side of the y-axis and when $b < 0$, the vertex is on the right side of the y-axis.</i> - Untuk graf $a < 0$, apabila $b > 0$, verteks berada di sebelah kanan paksi-y dan apabila $b < 0$, verteks berada di sebelah kiri paksi-y. <i>For the graph $a < 0$, when $b > 0$, the vertex is on the right side of the y-axis and when $b < 0$, the vertex is on the left side of the y-axis.</i>	- Perubahan nilai c hanya memberi kesan kepada kedudukan graf secara menegak sama ada ke atas atau ke bawah. <i>Change in value of c only affects the position of graph either vertically upwards or vertically downwards.</i> - Bentuk graf tidak berubah <i>The shape of the graph is unchanged.</i>

Latih Diri 2.6 [MS 51]

Menghubungkan kedudukan graf fungsi kuadratik (FK) dengan jenis punca

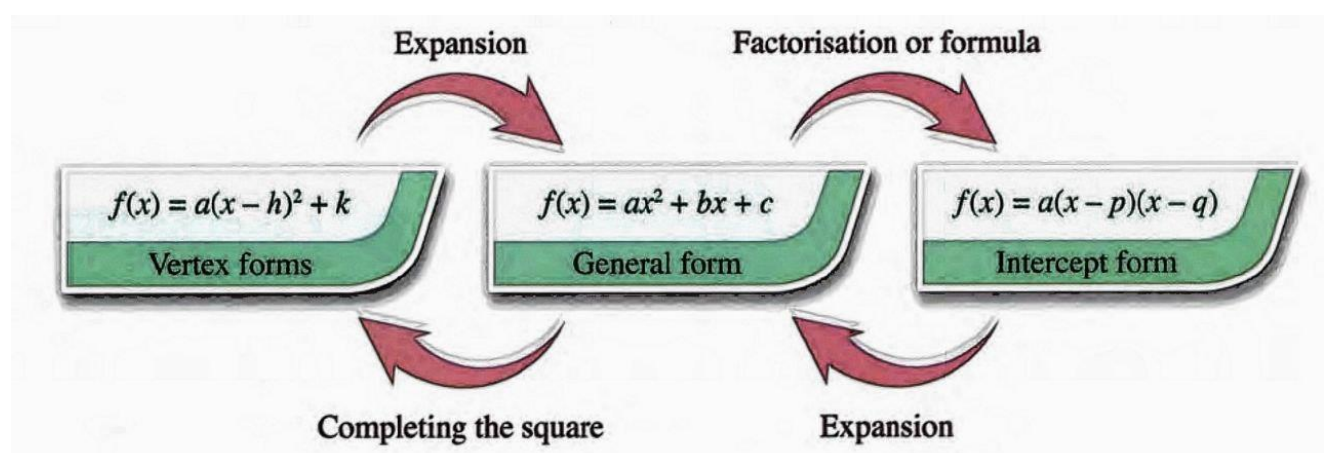
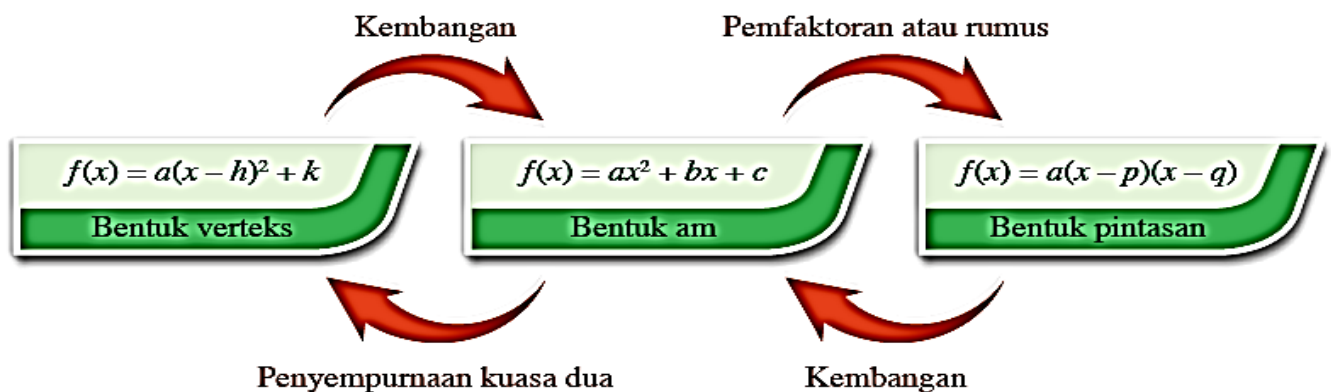
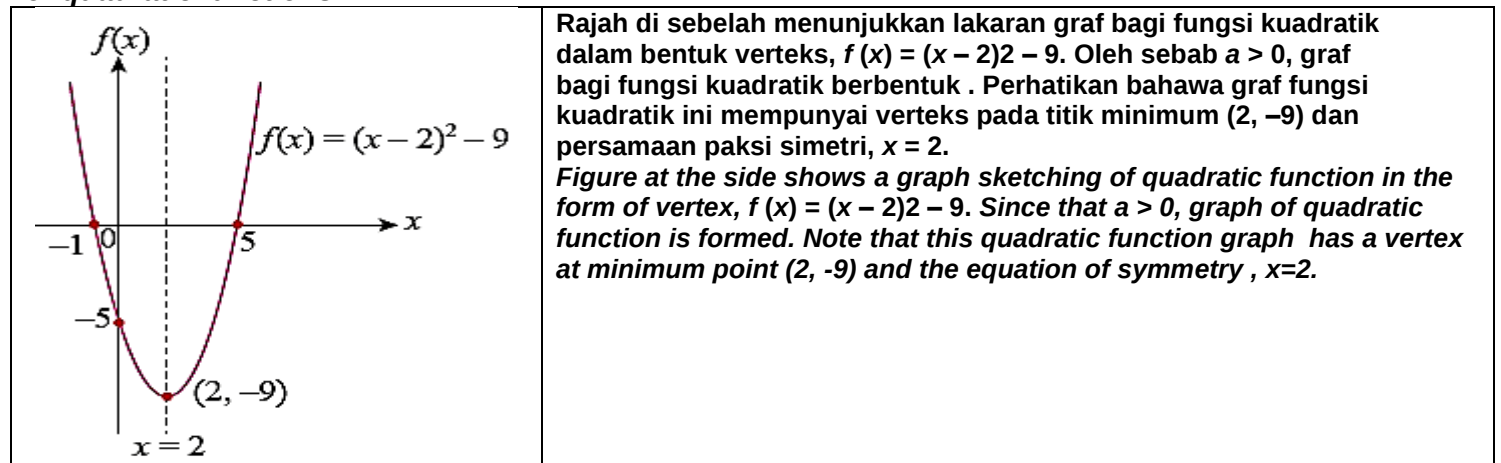
Relating the position of the graph of a quadratic function and the types of roots.

KES 1	$b^2 - 4ac > 0$ F.K. yang mempunyai dua punca nyata yang berbeza. (Graf $y = f(x)$ memotong paksi-x pada DUA titik nyata.) <i>Q.E. that has two real and different roots. The graph intersects the x-axis at TWO different points.</i>	
	 $y=f(x)$ $a > 0$	 $y=f(x)$ $a < 0$
KES 2	$b^2 - 4ac = 0$ F.K. yang mempunyai dua punca nyata yang sama. (Graf $y = f(x)$ menyentuh paksi-x pada SATU titik nyata.) <i>Q.E. that has two real and equal roots. The graph touches the x-axis at ONE point only.</i>	
	 $y=f(x)$ $a > 0$	 $y=f(x)$ $a < 0$
	$b^2 - 4ac < 0$	

KES 3	F.K. tidak mempunyai punca nyata. Graf $y = f(x)$ tidak menyentuh paksi-x.) Q.E that has no real roots. The graph does not intersect at any point on the x-axis.  $y=f(x)$ x $a > 0$ Graf di atas paksi-x – nilai $f(x)$ sentiasa positif. Graph which over the x-axis - the value of $f(x)$ is always positive.  $y=f(x)$ x $a < 0$ Graf di bawah paksi-x – nilai $f(x)$ sentiasa negatif Graph which below the x-axis - the value of $f(x)$ is always negative
------------------	--

Latih Diri 2.7 [MS 54]

Membuat perkaitan antara bentuk verteks fungsi kuadratik, $f(x) = a(x - h)^2 + k$ dengan bentuk fungsi kuadratik yang lain
Making relation between the vertex form of a quadratic function $f(x) = a(x - h)^2 + k$ with the other forms of quadratic functions.



CTH 1 Ungkapkan fungsi kuadratik, Express quadratic function, $f(x) = 2 \left(x + \frac{9}{4} - \frac{1}{8} \right)^2$ dalam bentuk pintasan in intercept form, $f(x) = a(x - p)(x - q),$ dengan keadaan a, p dan q ialah pemalar dan $p < q$. Seterusnya, nyatakan nilai-nilai a, p dan q. with a, p and q are constants and $p < q$. Then, state the values of a, p and q.	Penyelesaian/solution:
CTH 2 Ungkapkan $f(x) = -3x^2 + 2x + 1$ sebagai Express as $f(x) = a(x - h)^2 + k$ dengan keadaan a, h dan k ialah pemalar. Seterusnya, tentukan nilai-nilai a, h dan k. with a, h and k are constants. Then, determine the values of a, h and k	Penyelesaian/solution :

Melakar graf fungsi kuadratik
Sketching quadratic function graph.

Kenal pasti nilai a untuk menentukan bentuk graf fungsi kuadratik.

Cari nilai pembezaan, $b^2 - 4ac$ untuk menentukan kedudukan graf.

Tentukan verteks.

Plotkan titik-titik yang diperoleh pada satah Cartes dan lukis satu parabola licin bersimetri pada garis mencancang yang melalui verteks graf.

Cari nilai $f(0)$ untuk menentukan pintasan- y .

Tentukan titik persilangan pada paksi- x dengan menyelesaikan persamaan fungsi kuadratik $f(x) = 0$.

Identify the value of a to determine the shape of the graph of a quadratic function.

Find the value of discriminant, $b^2 - 4ac$ to determine the position of the graph.

Determine the vertex.

Plot the points obtained on the Cartesian plane and draw a smooth parabola that is symmetrical at the vertical line passing through the vertex.

Find the value of $f(0)$ to determine the y -intercept.

Determine the intersection point on the x -axis by solving the equation of quadratic function $f(x) = 0$.

Lakarkan graf bagi fungsi kuadratik .

$$f(x) = -x^2 + 4x + 12$$

Sketch the following graph of quadratic function

--	--

Latih Diri 2.10 [MS 61]

1. Lakarkan graf bagi setiap fungsi kuadratik yang berikut.

(a) $f(x) = (x - 1)^2 - 4$

(b) $f(x) = 2(x + 2)^2 - 2$

(c) $f(x) = 9 - (x - 2)^2$

(d) $f(x) = -2(x - 1)(x - 3)$

(e) $f(x) = -(x + 3)(x + 5)$

(f) $f(x) = 2(x + 1)(x - 3)$

(g) $f(x) = -x^2 + 4x + 5$

(h) $f(x) = 2x^2 + 3x - 2$

(i) $f(x) = -x^2 + 4x + 12$

Menyelesaikan masalah fungsi kuadratik/ Solving the problem of quadratic function

1. Suresh dipilih untuk mewakili sekolah dalam pertandingan merejam lembing peringkat daerah. Suresh merejam batang lembing pada jarak 3 meter daripada permukaan tanah. Tinggi lembing yang direjam diberi oleh fungsi $h(t) = -5t^2 + 14t + 3$, dengan keadaan h ialah ketinggian lembing, dalam meter, dan t ialah masa, dalam saat.

Suresh has been selected to represent his school in javelin throw at district level. Suresh threw at a distance of 3 metre from the ground. The height of the javelin is given in the function $h(t) = -5t^2 + 14t + 3$, with h is the height of the javelin, in metre, and t is time, in second.

- (a) Cari tinggi maksimum, dalam meter, lembing yang direjam oleh Suresh.

Find the maximum height, in metre, javelin thrown by Suresh.

- (b) Hitung masa, dalam saat, apabila lembing itu menyentuh permukaan tanah.

Calculate the time taken, in second, for the javelin to reach the ground.

--

Latih Diri 2.11

1. Fungsi $h(t) = -5t^2 + 8t + 4$ mewakili ketinggian h , dalam meter, seorang penerjun daripada permukaan air di sebuah kolam renang, t saat selepas terjun dari sebuah pelantar. Cari
Function of $h(t) = -5t^2 + 8t + 4$ represent the height, h , in metre, a diver from the surface of water in a pool, t second from a diving board. Find
- (a) tinggi pelantar dari permukaan air, dalam meter,
The height of the diving board, in metre,
 - (b) masa yang dicapai oleh penerjun itu pada ketinggian maksimumnya, dalam saat,
time taken by a diver at maximum height, in seconds,
 - (c) tinggi maksimum yang dicapai oleh penerjun itu, dalam meter,
maximum height reached by the diver, in metre,
 - (d) julat masa selama penerjun itu berada di udara, dalam saat.
range of time took by the diver in the air, in seconds.

2. Sebuah terowong di lebuhraya berbentuk parabola. Tinggi lengkung parabola terowong itu, dalam meter, diberi oleh fungsi $h(x) = 15 - 0.06x^2$, dengan keadaan x ialah lebar terowong itu, dalam meter.

A tunnel in a highway is in a shape of a parabola. The height of the parabolic tunnel's curve, in metre, is given by $h(x) = 15 - 0.06x^2$ with x is the width of the tunnel, in metre.

(a) Tentukan tinggi maksimum terowong itu, dalam meter.
Determine the maximum height of the tunnel, in metre.

(b) Cari lebar terowong itu, dalam meter.
Find the width of the tunnel, in metre.



3. Rajah di sebelah menunjukkan keratan rentas bagi sebuah satelit parabola yang fungsinya boleh diwakili oleh $f(x) = \frac{1}{4}x^2$, dengan keadaan x dan y diukur dalam meter.

Cari lebar dan kedalaman parabola itu, dalam meter.

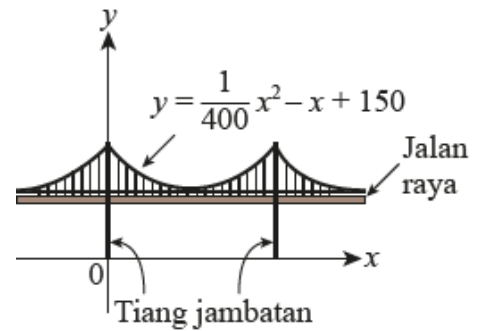
The diagram at the side shows a cross-sectional of a parabolic satellite which the function can be represented by $f(x) = \frac{1}{4}x^2$ with x and y measured in metre. Find the width and the depth of the parabola, in metre.



4. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah jambatan. Fungsi kabel di antara dua tiang jambatan itu boleh diwakili oleh $y = \frac{1}{400}x^2 - x + 150$, dengan keadaan x dan y diukur dalam meter. Titik minimum bagi kabel terletak di atas jalan raya di tengah-tengah dua tiang itu.

The diagram at the side shows a bridge. The function of the cable between the two pillars is $y = \frac{1}{400}x^2 - x + 150$ which x and y measured in metre. The minimum point of the cable is on the road at the middle of the two pillars.

- (a) Berapakah jarak titik minimum itu dengan setiap tiang?
What is the distance between the minimum point and the pillars?
- (b) Berapakah tinggi jalan raya dari permukaan air?
What is the height of the road from the surface of the water?



3	3.1 Sistem Persamaan Linear dalam Tiga Pemboleh Ubah 3.2 Persamaan Serentak yang Melibatkan Satu Persamaan Linear dan Satu Persamaan Tak Linear.
---	---

BAB 3 : SISTEM PERSAMAAN CHAPTER 3 : EQUATION SYSTEM	
3.1 ; Sistem Persamaan Linear dalam Tiga Pemboleh Ubah 3.1 : Linear Equation System in Three Variables	
Contoh 1: Example 1: Selesaikan persamaan dibawah; Solve the equation below; $x + 2y - 3z = 0, \quad 2x - y + z = 3 \quad \text{dan} \quad -3x + 2y - 2z = -5$	
Kaedah 1: Kaedah Penghapusan Method 1 : Elimination Method Pilih mana-mana 2 persamaan Choose any 2 equations. 1 $\begin{array}{rcl} x + 2y - 3z = 0, & \text{-----} & \text{Persamaan 1} \\ 2x - y + z = 3 & \text{-----} & \text{Persamaan 2} \end{array}$ Samakan mana-mana pekali dalam kedua-dua persamaan tersebut (contohnya pekali x) dengan operasi darab. Equalize any quotation in both equations (example quation for x) using multiplication. 2 $\begin{array}{rcl} (x + 2y - 3z = 0,) \times 2 & & \\ 2x + 4y - 6z = 0 & \text{-----} & \text{Persamaan 3} \\ 2x - y + z = 3 & \text{-----} & \text{Persamaan 2} \end{array}$ Hapuskan pembolehubah x menggunakan operasi penolakan. Eliminate variable x using substraction 3 $\begin{array}{rcl} 2x + 4y - 6z = 0 & & \\ 2x - y + z = 3 & & \\ \hline & & - \end{array}$ $5y - 7z = -3 \quad \text{-----} \text{persamaan 4}$ 4 Ulangi langkah 1 hingga 3 menggunakan 2 persamaan yang lain. Repeat step 1 until 3 using any other 2 equations $\begin{array}{rcl} x + 2y - 3z = 0 & \text{-----} & \text{Persamaan 1} \\ -3x + 2y - 2z = -5 & \text{-----} & \text{Persamaan 5} \\ -3x - 6y + 9z = 0 & \text{-----} & \text{Persamaan 6} \\ \hline & & (\text{Persamaan 1} \times (-3)) \\ 8y - 11z = -5 & \text{-----} & \text{Persamaan 7} \end{array}$	Kaedah 2 : Kaedah Penggantian Method 2 : Subtituition Method Ungkapkan 1 pembolehubah kepada pembolehubah yang lain (contoh Persaman 1) Express 1 variable into another terms (Example equation 1) 1 $x = 3z - 2y \quad \text{-----} \text{Persamaan 4}$ Gantikan $x = 3z - 2y$ ke dalam persamaan 2 Subtitute $x = 3z - 2y$ into equation 2 2 $\begin{array}{rcl} 2(3z - 2y) - y + z = 3 & & \\ 6z - 4y - y + z = 3 & & \\ 7z - 5y = 3 & \text{---} & \text{Persamaan 5} \end{array}$ Ungkapkan y dalam sebutan z untuk persamaan 5 Express y in term of z for equation 5 3 $y = \frac{3-7z}{-5}$ Gantikan $x = 3z - 2y$ ke dalam persamaan 3 Subtitute $x = 3z - 2y$ into equation 3 4 $\begin{array}{rcl} -3(3z - 2y) + 2y - 2z = -5 & & \\ -9z + 6y + 2y - 2z = -5 & & \\ 8y - 11z = -5 & \text{---} & \text{Persamaan 6} \end{array}$ Gantikan $y = \frac{3-7z}{-5}$ ke dalam persamaan 6 Subtitute $y = \frac{3-7z}{-5}$ into equation 6 5 $8\left(\frac{3-7z}{-5}\right) - 11z = -5$

(Pers 5 – Pers. 6) Ulangi langkah 1 hingga 3 untuk menghapuskan 1 lagi pembolehubah dari persamaan 4 dan persamaan 7 Repeat step 1 until 3 to eliminate another variable from equation 4 and equation 7. 5y – 7z = – 3 -----Persamaan 4 8y – 11z = –5 -----Persamaan 7 Samakan pekali y dengan mendarabkan persamaan 4 dengan 8 dan persamaan 7 dengan 5. Equalize quotation y by multiply equation 4 with 8 and equation 7 with 5. 40y – 56z = – 24 -----Persamaan 4 X 8 40y – 55z = –25 -----Persamaan 7 X 5 Hapuskan pembolehubah y dengan melakukan operasi tolak. Eliminate variable y by using subtraction method. $\begin{array}{r} 40y - 56z = -24 \\ 40y - 55z = -25 \\ \hline -z = 1 \\ Z = -1 \end{array}$ Gantikan z = -1 dalam persamaan 4 atau persamaan 7 Substitute z = -1 into equation 4 or equation 7 $5y - 7(-1) = -3$ $y = \frac{-3+7(-1)}{5} = -2$ Gantikan z = -1 dan y = -2 dalam persamaan 1 Substitute z = -1 and y = -2 into equation 1 $x + 2(-2) - 3(-1) = 0$ $x = 1$	$\frac{24-56z}{-5} - \frac{-55z}{-5} = -5$ $24 - 56z + 55z = 25$ $-z = 25 - 24$ $Z = -1$ Gantikan z = -1 ke dalam persamaan 6 Substitute z = -1 into equation 6 $8y - 11(-1) = -5$ $y = \frac{-5+11(-1)}{8} = -2$ Gantikan z = -1 dan y = -2 dalam persamaan 1 Substitute z = -1 and y = -2 into equation 1 $x + 2(-2) - 3(-1) = 0$ $x = 1$
LATIHAN: EXERCISE: 1. Cari nilai x,y dan z bagi setiap persamaan serentak berikut. <i>Find the value of x, y and z for each simultaneous equations.</i> a) $2x + 4y - 3z = 0$, $2x - y + z = 3$, $3x - 2y + 2z = 5$ [x=1, y=2 z=3] b) $x + y - z = -1$, $2x - 3y + z = -4$, $3x - y + z = -1$ [x=-1, y= 1 z=1] c) $2x - 3y + z = -4$, $4x + y - z = 4$, $3x + 2y - z = 4$ [x = 0.5, y = 1.5, z = -0.5]	

2. Ali, Belle dan Cheng bercadang membeli pen, pensel dan pembaris dari satu kedai yang sama untuk peralatan sekolah mereka. Ali membeli sebatang pen, 3 batang pensel dan 2 batang pembaris dengan harga RM 4. Belle pula membeli 2 batang pen, sebatang pensel dan 4 batang pembaris juga dengan harga yang sama dengan Ali. Manakala Cheng membeli 2 batang pen, 2 batang pensel dan 1 batang pembaris dengan harga RM 4.10. Cari harga bagi sebatang pen, pensel dan pembaris yang dijual oleh kedai tersebut.

Ali, Belle and Cheng have planned to buy pen, pencil and ruler from a same shop for their school apparatus. Ali bought a pen, 3 pencils and 2 rulers for RM 4. Belle bought 2 pens, a pencil, and 4 rulers with the price as same as Ali. Meanwhile Cheng bought 2 pens, 2 pencils and a ruler for RM 4.10. Find the price for each pen, pencil and ruler that been sold at the shop.

[1.20,0.60,0.50]

- 3.2 : Persamaan serentak melibatkan satu persamaan linear dan satu persamaan tidak linear.
3.2 simultaneous equation with one linear equation and one non-linear equation

Contoh 1:

Example 1:

Selesaikan persamaan berikut (dalam 2 tempat perpuluhan):
Solve these equations (in 2 decimal point):

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 13 \\ x^2 + y^2 - 2x + 2y &= 3 \end{aligned}$$

Penyelesaian / solution:

1. Jadikan persamaan linear mempunyai perkara rumus.
Express the linear equation to form a variable equation.

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 13 \\ x &= \frac{3y+13}{2} \end{aligned}$$

2. Masukkan persamaan 1 kedalam persamaan tidak linear.
Substitute equation 1 into non-linear equation.

$$\left(\frac{3y+13}{2}\right)^2 + y^2 - 2\left(\frac{3y+13}{2}\right) + 2y = 3$$

3. Selesaikan persamaan tersebut sehingga menjadi bentuk am kuadratik.
Solve the equation until it become standard quadratic equation.

$$\begin{aligned} \left(\frac{3y+13}{2}\right)^2 + y^2 - 2\left(\frac{3y+13}{2}\right) + 2y &= 3 \\ \left(\frac{9y^2+78y+169}{4}\right) + y^2 - \frac{6y+26}{2} + 2y &= 3 \\ 9y^2 + 78y + 169 + 4y^2 - 12y - 52 + 8y &= 12 \\ 13y^2 + 74y + 105 &= 0 \end{aligned}$$

4. Gunakan rumus mencari punca kuadratik iaitu $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Use the formulae $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ to find the root of quadratic equation.

$$y = \frac{-74 \pm \sqrt{74^2 - 4(13)(105)}}{2(13)} = -2.69, -3.00$$

5. Gantikan nilai punca kedalam persamaan 1 untuk mendapatkan nilai pembolehubah yang lain satu.

Substitute the root into equation 1 to find the other variable.

$$x = \frac{3(-2.69)+13}{2} = 2.465$$

$$x = \frac{3(-3)+13}{2} = 2.00$$

**LATIHAN :
EXERCISE:**

- 1** Selesaikan persamaan serentak berikut dan berikan dalam 2 tempat perpuluhan
Solve the simultaneous equations Give your answers correct to two decimal places.

$$x - 4y = 9 \text{ dan/and } 3y^2 = 7 - \frac{x}{2}.$$

(Ans : $x = 11.56$, $y = 0.64$ and $x = 3.76$, $y = -1.31$)

- 2** Selesaikan persamaan serentak berikut dalam 4 angka beerti.
Solve the simultaneous equations correct to four significant figures.

$$3x - 2y = 6 \text{ and } 2x^2 + 4xy - 2 = 0.$$

(Ans : $x = 1.651$, $y = -0.5235 / -0.5229$ and $x = -0.1513$, $y = -3.227$)

- 3** Selesaikan persamaan serentak berikut.
Solve the simultaneous equations

$$4x + y = -8 \text{ and } x^2 + x - y = 2.$$

(Ans : $x = -3$, $y = 4$ and $x = -2$, $y = 0$)

- 4** Selesaikan persmaaan serentak berikut.
Solve the simultaneous equations

$$x + \frac{1}{2}y = 1 \text{ and } y^2 - 10 = 2x.$$

(Ans : $x = 3$, $y = -4$ and $x = -\frac{1}{2}$, $y = 3$)

- 5** Diberi perbezaan lilitan dua bulatan ialah 4π cm dan jumlah luas keduanya ialah 52π cm². Cari jejari setiap bulatan tersebut.

Given that the different of the circumferences of the two circles is 4π cm and the sum of their areas is 52π cm². Find the radius of each circle.

(Ans : 4, 6)

- 6** Seutas wayar berbentuk bulatan mempunyai jejari 14 cm dibengkokkan untuk membentuk segiempat dengan panjang $(2y + 20)$ cm dan $(x + 10)$ cm. diberi luas segiempat tersebut ialah 420 cm², cari nilai x dan y.

A piece of wire in shape of a circle with radius 14 cm is bent to form a rectangle with sides $(2y + 20)$ cm long $(x + 10)$ cm wide. Given that the area of rectangle is 420 cm², find the values of x and the value of y.

(Ans : $x = 4$, $y = 5$ and $x = 20$, $y = -3$)